

CEVAP ANAHTARI

2018-2019 ÖĞRETİM YILI BAHAR YARIYILI OLASILIK VE İSTATİSTİK DERSİ ARASINAV SORULARI

ADI-SOYADI :

11.04.2019

NO :

SORU 1. A, B, C olayları **tam bağımsız olaylar** olsun. $P(A) = \frac{1}{7}$, $P(B) = \frac{2}{7}$ ve $P(A \cup B \cup C) = \frac{5}{7}$ olasılıkları bilindiğinde $P(C)$ olasılığını bulunuz.

SORU 2. Bir sınıfta bulunan 20 erkek ve 10 kız öğrenci arasından rasgele seçilen 5 öğrenci, bilimsel bir proje yapmak için görevlendirilmiştir. Görevlendirilen öğrenciler arasında, en az 3 tane kız öğrenci olması olasılığını bulunuz.

SORU 3. X rasgele değişkeninin olasılık fonksiyonu aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$f(x) = P(X = x) = \begin{cases} cx & ; x = 1,2, \dots, 100 \\ 0 & ; d.d. \end{cases}$$

$P(1 \leq X \leq 19)$ olasılığını hesaplayınız.

Soru 4: X rasgele değişkenine ait olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{10}(3+x) & ; 1 < x < 3 \\ 0 & ; d.d. \end{cases}$$

olarak veriliyor. **X-in dağılım fonksiyonu yardımıyla** aşağıdaki olasılıkları bulunuz.

a) $P(1.3 < X < 2)$, b) $P(X > 2.5)$, c) $P(X \leq 1.5)$

SORU 5. X ve Y rasgele değişkenlerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{4}xy & ; 0 \leq x \leq 2 , 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & ; d.d. \end{cases}$$

olarak veriliyor.

- a) X ile Y'nin marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonlarını bulunuz.
b) X ve Y rasgele değişkenleri bağımsız mıdır?

SORU 6. Sürekli bir X rasgele değişkeni ile ilgili $E(X)=1$ ve $E(X^2) = 2$ değerleri hesaplanmıştır.

$Y=4X-1$ biçiminde tanımlanan Y rasgele değişkeninin varyansını bulunuz.

Başarılar

Doç.Dr. Talat ŞENEL

$$P(A) = \frac{1}{7}, P(B) = \frac{2}{7}, P(A \cup B \cup C) = \frac{5}{7}$$

CEVAP: 1

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Olaylar tam bağımsız olduğundan,

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A)P(B) - P(A)P(C) - P(B)P(C) + P(A)P(B)P(C) \text{ olur.}$$

$$\frac{5}{7} = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} + P(C) - \frac{1}{7} \times \frac{2}{7} - \frac{1}{7} P(C) - \frac{2}{7} P(C) + \frac{1}{7} \times \frac{2}{7} \times P(C) \Rightarrow$$

$$P(C) = \frac{16}{30} = \frac{8}{15} = 0.5333 \text{ bulunur.}$$

CEVAP: 2

A: "Görevlendirilen öğrenciler arasında en az 3 öğrencinin iste alınması olarak tanımlarsa, istenen olasılık

$$P(A) = \frac{\binom{10}{3} \binom{20}{2} + \binom{10}{4} \binom{20}{1} + \binom{10}{5} \binom{20}{0}}{\binom{30}{5}}$$

iflenimin sonucunda bulunur.

CEVAP: 3

$$f(x) = P(X=x) = \begin{cases} cx & ; x=1,2,\dots,100 \\ 0 & ; \text{diğer} \end{cases}$$

$f(x)$ -in olasılık fonksiyonu olarak tanımlanması için,

$$\sum_{x=1}^{100} cx = 1 \text{ olmalıdır. } c \sum_{x=1}^{100} x = 1 \Rightarrow c \cdot \frac{100 \times 101}{2} = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{5050}$$

$$P(1 \leq X \leq 19) = \sum_{x=1}^{19} \frac{1}{5050} x = \frac{1}{5050} \left(\frac{19 \times 18}{2} \right) = \frac{19}{505} = \underline{\underline{0,0376}} \text{ bulunur.}$$

CEVAP: 4 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{10}(3+x) & ; 1 < x < 3 \\ 0 & ; \text{dd.} \end{cases}$

X'in dağılım fonksiyonu:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_1^x \frac{1}{10}(3+x) dx = \frac{1}{10} \left[3x + \frac{x^2}{2} \right] \Big|_1^x \Rightarrow$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; x \leq 1 \\ \frac{1}{20}(x^2 + 6x - 7) & ; 1 < x < 3 \\ 1 & ; x \geq 3 \end{cases} \text{ olur.}$$

a) $P(1.3 < X < 2) = F(2) - F(1.3) = \frac{9}{20} - \frac{7.49}{20} = \frac{6.51}{20} = \underline{\underline{0,3255}}$

b) $P(X > 2.5) = 1 - P(X \leq 2.5) = 1 - F(2.5) = 1 - \frac{14.25}{20} = 1 - 0.7125 = \underline{\underline{0,2875}}$

c) $P(X \leq 1.5) = F(1.5) = \frac{4.25}{20} = \underline{\underline{0,2125}}$

CEVAP: 5 $f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{4}xy & ; 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & ; \text{dd.} \end{cases}$

a) $f_x(x) = \int_0^2 \frac{1}{4}xy dy = \frac{1}{4}x \left(\frac{y^2}{2} \Big|_0^2 \right) = \frac{1}{2}x \Rightarrow f_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{dd.} \end{cases}$

$f_y(y) = \int_0^2 \frac{1}{4}xy dx = \frac{1}{4}y \left(\frac{x^2}{2} \Big|_0^2 \right) = \frac{1}{2}y \Rightarrow f_y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}y, & 0 \leq y \leq 2 \\ 0, & \text{dd.} \end{cases}$

b) $f(x,y) = f_x(x) \cdot f_y(y)$ ise X ile Y bağımsızdır.

$\frac{1}{4}xy = \frac{1}{2}x \cdot \frac{1}{2}y \Rightarrow \frac{1}{4}xy = \frac{1}{4}xy$, diğer taraftan X ile Y bağımsızdır.

CEVAP: 6 $E(X) = 1, E(X^2) = 2$ veriliyor.

$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = 2 - 1^2 = \underline{\underline{1}}$

$Y = 4X - 1, V(Y) = V(4X - 1) = 4^2 V(X) = 16 \cdot 1 = \underline{\underline{16}}$ bulunur.